



**Segundo examen parcial**  
**Miércoles, 6 de noviembre de 2013**

APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_ DNI/NIE: \_\_\_\_\_

**Problema 1.** (2 puntos)(a) Calcula el máximo común divisor de  $-8$  y  $60$ .

Aplicando el algoritmo de Euclides, obtenemos:

$$60 \div 8 = 7 \cdot 8 + 4 \Rightarrow (60, 8) = (8, 4) = 4$$

Observando  $(-8, 60) = (60, 8)$ , entonces  $(-8, 60) = 4$

(b) Calcula el máximo común divisor de  $2^4 \cdot 3^8$  y  $2^8 \cdot 3^4$ .

$$\text{Es } 2^{\min(4, 8)} \cdot 3^{\min(8, 4)} = 2^4 \cdot 3^4$$

**Problema 2.** (2 puntos) Indica cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales falsas, marcando la V o la F correspondiente. No es necesario justificar tu respuesta.

(a) Existe un número primo  $p$  y un número entero  $x$  tales que  $x[(p-1) + p + (p+1)] = 84$ ☒ V ☐ F(b) Existen números primos  $p$  y  $q$  tales que  $q[(p-1) + p + (p+1)] = 84$ ☐ V ☒ F

**Problema 3.** (5 puntos) Decide, en cada caso, si las ecuaciones tienen soluciones  $x \in \mathbb{Z}$  y  $y \in \mathbb{Z}$ , y en caso afirmativo halla todas las soluciones.

(a)  $4x + 18y = 0$ 

Las soluciones son todos los múltiplos enteros de

$$x = \frac{-18}{(4, 18)} = -9 \quad \text{y de} \quad y = \frac{4}{(4, 18)} = 2. \text{ En otros pa-}$$

labros, todas las soluciones son dadas por

$$\{(x = -9k, y = 2k) : k \in \mathbb{Z}\}$$

② Explicación: a) :  $84 = 3 \cdot 2^2 \cdot 7$ , entonces con  $x = 2^2$  y  $p = 7$  tenemos  $84 = x \cdot 3p = x[(p-1) + p + (p+1)]$ .

b) No podemos escribir  $2^2 \cdot 7$  como el producto de dos primos.

(b)  $4x + 18y = 1$

No hay soluciones, ya que  $2 = (4, 18)$  no divide a  $1$

(c)  $4x + 18y = 6$

Aplicamos el algoritmo de Euclides para hallar  $(4, 18)$ :

$18 = 4 \cdot 4 + 2$ . Entonces  $2 = 1 \cdot 18 - 4 \cdot 4$ , es decir,  $\tilde{x} = -4$  y  $\tilde{y} = 1$  son soluciones de  $4\tilde{x} + 18\tilde{y} = 2$ . Multiplicando por 3 (ya que  $6 = 3 \cdot 2$ ) y sumando las soluciones de a) obtenemos todas las soluciones de  $4x + 18y = 6$ : son  $\{x = -12 - 9k, y = 3 + 2k\}; k \in \mathbb{Z}$

**Problema 4.** (3 puntos) Decide, en cada caso, si las ecuaciones tienen solución en  $\mathbb{Z}_{18}$ . En caso afirmativo encuentra todas las soluciones. Expresa las soluciones en la forma  $X = [a]$  para enteros  $a$  con  $0 \leq a \leq 17$ .

(a)  $[4]X = [1]$ .

No hay ~~son~~ soluciones, ya que  $(4, 18)$  no divide  $1$

(b)  $[4]X = [6]$ . Sea  $x \in \mathbb{Z}$ .

$$[4][x] = [6] \Leftrightarrow \exists y \in \mathbb{Z}: 4x = 6 + 18y$$

$$\Leftrightarrow \exists y \in \mathbb{Z}: 4x + 18y = 6.$$

Vimos en 3c) que todas las soluciones de  $4x + 18y = 6$  son dadas por  $\{x = -12 - 9k, y = 3 + 2k\}; k \in \mathbb{Z}$ .

Entonces todas las soluciones de  $[4]x = [6]$  son dadas por

$$x \in \{-12 - 9k\}; k \in \mathbb{Z} = \{[-12], [-3]\} = \{[6], [15]\}.$$