

## ÁLGEBRA. HOJA 1.

1. Sean  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $T = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$ ,  $U = \{1, 2, 3, 4, 9\}$ ,  $V = \{2, 4, 6, 8\}$  subconjuntos del conjunto  $\mathbb{N}$  (de números naturales). Calcular:  
(a)  $S \cap U$       (b)  $(S \cap T) \cup U$       (c)  $(S \cup U) \cap V$       (d)  $(S \cup V) \setminus U$       (e)  $(U \cup V \cup T) \setminus S$   
(f)  $(S \cup V) \setminus (T \cap U)$ .
2. Dados los subconjuntos  $S$  y  $T$  del ejercicio 1, indica cuáles son los elementos del conjunto  $S \times T$  y observa que es un subconjunto de  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ .
3. Comparar los siguientes conjuntos, siendo  $S = \{a, b\}$ ,  $T = \{a\}$ ,  $V = \{1, 2\}$  y  $U = \{1\}$ :  
(a)  $(S \times V) \setminus (T \times U)$       (b)  $(S \setminus T) \times (V \setminus U)$ .
4. Sea  $S$  un conjunto cualquiera, y sea  $T = \emptyset$ . ¿Qué puedes decir de  $S \times T$ ?
5. Probar las siguientes fórmulas para subconjuntos  $S$ ,  $T$  y  $U$  de un conjunto  $X$ . *Indicación:* los diagramas de Venn son útiles para aclarar las ideas, pero se debe dar una demostración.  
(1)  $(S \setminus T) \cup (T \setminus S) = (S \cup T) \setminus (S \cap T)$       (2)  $S \setminus (T \cup U) = (S \setminus T) \cap (S \setminus U)$   
(3)  $S \setminus (T \cap U) = (S \setminus T) \cup (S \setminus U)$ .
6. Demuestra que si  $T$  es un conjunto finito con  $n$  elementos, entonces  $\mathcal{P}(T)$  (conjunto de partes de  $T$ ) es un conjunto con  $2^n$  elementos.
7. Calcula el conjunto de partes del conjunto vacío, es decir, calcula  $\mathcal{P}(\emptyset)$ .
8. Calcular el conjunto de partes del conjunto de partes de  $T = \{1, 2\}$ ; es decir, calcula  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(T))$ .
9. Escribir los conjuntos de partes de los siguientes conjuntos:  
(1)  $\{\bullet, \Delta\}$       (2)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$ .
10. Decimos que los conjuntos  $S_1, \dots, S_n$  son disjuntos si  $\bigcap_{i=1}^n S_i = \emptyset$ , y que son disjuntos dos a dos si  $S_i \cap S_j = \emptyset$  cuando  $i \neq j$ . Explicar la diferencia entre los dos conceptos y dar ejemplos.
11. Describe los siguientes conjuntos:
  - a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$
  - b)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$
  - c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$
  - d)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$
  - e)  $\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } y + 1 < x\}$
  - f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$
  - g)  $\{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = y^2\}$
  - h)  $\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } x = y^2\}$ .