

ÁLGEBRA. HOJA 1.

- Sean $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $T = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 9\}$, $V = \{2, 4, 6, 8\}$ subconjuntos del conjunto \mathbb{N} (de números naturales). Calcular:
(a) $S \cap U$ (b) $(S \cap T) \cup U$ (c) $(S \cup U) \cap V$ (d) $(S \cup V) \setminus U$ (e) $(U \cup V \cup T) \setminus S$
(f) $(S \cup V) \setminus (T \cap U)$.
- Dados los subconjuntos S y T del ejercicio 1, indica cuáles son los elementos del conjunto $S \times T$ y observa que es un subconjunto de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
- Comparar los siguientes conjuntos, siendo $S = \{a, b\}$, $T = \{a\}$, $V = \{1, 2\}$ y $U = \{1\}$:
(a) $(S \times V) \setminus (T \times U)$ (b) $(S \setminus T) \times (V \setminus U)$.
- Sea S un conjunto cualquiera, y sea $T = \emptyset$. ¿Qué puedes decir de $S \times T$?
- Probar las siguientes fórmulas para subconjuntos S , T y U de un conjunto X . *Indicación:* los diagramas de Venn son útiles para aclarar las ideas, pero se debe dar una demostración.
(1) $(S \setminus T) \cup (T \setminus S) = (S \cup T) \setminus (S \cap T)$ (2) $S \setminus (T \cup U) = (S \setminus T) \cap (S \setminus U)$
(3) $S \setminus (T \cap U) = (S \setminus T) \cup (S \setminus U)$.
- Demuestra que si T es un conjunto finito con n elementos, entonces $\mathcal{P}(T)$ (conjunto de partes de T) es un conjunto con 2^n elementos.
- Calcula el conjunto de partes del conjunto vacío, es decir, calcula $\mathcal{P}(\emptyset)$.
- Calcular el conjunto de partes del conjunto de partes de $T = \{1, 2\}$; es decir, calcula $\mathcal{P}(\mathcal{P}(T))$.
- Escribir los conjuntos de partes de los siguientes conjuntos:
(1) $\{\bullet, \triangle\}$ (2) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$.
- Decimos que los conjuntos S_1, \dots, S_n son disjuntos si $\bigcap_{i=1}^n S_i = \emptyset$, y que son disjuntos dos a dos si $S_i \cap S_j = \emptyset$ cuando $i \neq j$. Explicar la diferencia entre los dos conceptos y dar ejemplos.
- Describe los siguientes conjuntos:
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ b) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$ d) $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$
e) $\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } y + 1 < x\}$ f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$
g) $\{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = y^2\}$ h) $\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } x = y^2\}$.